

Специальность: Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта

Курс: 1, группа: ТМ 199-1

Дисциплина: Математика

ФИО преподавателя: Евстигнеева Е.А.

08.04.2020 План урока

№ п/п	Этап занятия	Время, 1ч 30 мин	Прием и методы
1	Организационный этап	5	Whatsapp
2	Изучение нового материала	30	Просмотр видео-объяснений, отправленных в группу Whatsapp
3	Закрепление изученного материала	40	Комментарии к заданиям в Whatsapp. видео-ответы на часто задаваемые вопросы (видео отправляется в группу Whatsapp)
4	Подведение итогов, рефлексия	15	Консультации через zoom
5	Домашнее задание		Проведение тестирования google forms

Тема: Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

Для вычисления определенного интеграла от функции $f(x)$ в том случае, когда можно найти соответствующий неопределенный интеграл $F(x)$, служит формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

т.е. определенный интеграл равен разности значений первообразной при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

Пример 1.

$$\int_1^2 3t^2 dt = \frac{3t^3}{3}\Big|_1^2 = t^3\Big|_1^2 = 2^3 - 1^3 = 8 - 1 = 7$$

Простейшие свойства определенного интеграла

- 1) Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от слагаемых функций:

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

- 2) Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла

$$\int_a^b Af(x) dx = A \int_a^b f(x) dx$$

- 3) При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл меняет знак на противоположный:

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

- 4) Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен нулю:

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

- 5) Отрезок интегрирования можно разделить на части:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

c -точка, лежащая между a и b .

б) Если $f(x) \leq g(x)$ на отрезке $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) \leq \int_a^b g(x)$.

Пример 2.

Вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt$.

Решение:

по формуле Ньютона – Лейбница:

$$\begin{aligned} \int_2^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt &= \left(\frac{3t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + t \right) \Big|_2^{10} = (t^3 + t^2 + t) \Big|_2^{10} = \\ &= (10^3 + 10^2 + 10) - (2^3 + 2^2 + 2) = 1110 - 14 = 1096. \end{aligned}$$

Пример 3.

Вычислить определенный интеграл: $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$.

Решение:

$$\begin{aligned} \int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx &= \int_1^9 \left(\frac{x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int_1^9 \left(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \\ &= \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} \right) \Big|_1^9 = \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \right) \Big|_1^9 = \left(\frac{2}{3} 9\sqrt{9} - 2\sqrt{9} \right) - \left(\frac{2}{3} 1\sqrt{1} - 2\sqrt{1} \right) = \\ &= 12 + \frac{4}{3} = 13\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Задания для самостоятельного решения:

№ 1004

№ 1006

(фото заданий на следующей странице)

Вычислить интеграл (1004—1011).

- 1004 1) $\int_0^1 x dx$; 2) $\int_0^3 x^2 dx$; 3) $\int_{-1}^2 3x^2 dx$; 4) $\int_{-2}^3 2x dx$;
5) $\int_2^3 \frac{1}{x^2} dx$; 6) $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$; 7) $\int_1^4 \sqrt{x} dx$; 8) $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.
- 1005 1) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$; 2) $\int_0^{\ln 2} e^x dx$; 3) $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos x dx$;
4) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx$; 5) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x dx$; 6) $\int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx$.
- 1006 1) $\int_{-3}^2 (2x - 3) dx$; 2) $\int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx$; 3) $\int_{-1}^2 (1 - 3x^2) dx$;
4) $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx$; 5) $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx$.
- 1007 1) $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x}) dx$; 2) $\int_1^9 \left(2x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$;
3) $\int_0^2 e^{3x} dx$; 4) $\int_1^3 2e^{2x} dx$.

Примечание:

Записать конспект лекции. Задачи для самостоятельного решения сдать в электронном формате (фото) до **21.00 10.04.2020**, прикрепив файл в программном обеспечении «Дистанция».

В крайнем случае отправить на почту evgenia_evstigneeva@mail.ru